

# 压气机失稳过程的幅值与频率理论研究

苏三买<sup>1</sup>, 陈亚新<sup>1,2</sup>, 孙占恒<sup>3</sup>

- (1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072;
2. 中国商用飞机有限责任公司 上海飞机设计研究院, 上海 201210;
3. 中国航空发动机集团有限公司 湖南动力机械研究所, 株洲 湖南 412002)

**摘 要:** 在压气机主动稳定控制与健康监控时,为了准确描述失速和喘振的幅值与频率特性,以压气机系统模型为基础,从动力学的角度,基于失速团的构成,应用模态波理论分析压气机失速行为;基于压气机喘振的一维振荡特性,应用强非线性理论分析喘振现象;通过分析推导并给出压气机失稳过程的幅值与频率理论描述。数值仿真表明:失速与喘振的幅值与频率是压气机特性、压气机结构参数与气流参数的函数,在失速过程中,模态阶数越低,其幅值越先出现并趋于稳定;扰动模态阶数越高,旋转频率越大;在喘振过程中,压气机出口节流系数越小,喘振幅值与振荡频率越大。

**关 键 词:** 压气机; 失速与喘振; 频率和幅值; 模态波理论; 强非线性理论

**中图分类号:** V233.7      **文献标志码:** A

## Theoretical study on amplitude and frequency of compressor instability

SU Sanmai<sup>1</sup>, CHEN Yaxin<sup>1,2</sup>, SUN Zhanheng<sup>3</sup>

- (1. School of Power and Energy,  
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;
2. Shanghai Aircraft Design and Research Institute,  
Commercial Aircraft Corporation of China Limited, Shanghai 201210, China;
3. Hunan Aviation Powerplant Research Institute,  
Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan, 412002, China)

**Abstract:** In order to accurately describe the amplitude and frequency characteristics of compressor stall and surge during active stability control and health monitoring based on the compressor system model and the configuration of the stall cell, the stall behavior was analyzed by the modal wave theory from the perspective of dynamics. The surging phenomenon was analyzed by the strong nonlinear theory, based on the one-dimensional oscillation characteristics of surge. The theoretical description of the amplitude and frequency of the compressor instability was derived and given in the process of analysis. Simulation results show that, the amplitude and frequency of compressor stall and surge are the functions of the compressor characteristics, flow parameters and structural parameters. In the process of stall, the lower modes order means the easier occurrence and stabilization of amplitude. The higher modes order means the bigger rotation frequency of disturbance. In the process of surge, the

收稿日期:2019-07-18

基金项目:航空科学基金(2013ZB53019)

作者简介:苏三买(1968—),男,副教授,博士,研究领域为航空发动机建模与仿真。E-mail:microeng@nwpu.edu.cn

引用格式:苏三买,陈亚新,孙占恒. 压气机失稳过程的幅值与频率理论研究[J]. 航空动力学报,2020,35(4):878-887. SU Sanmai, CHEN Yaxin, SUN Zhanheng. Theoretical study on amplitude and frequency of compressor instability[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(4): 878-887.

smaller coefficient of compressor outlet throttling means the bigger value of the surge amplitude and oscillation frequency.

**Key words:** compressor; stall and surge; frequency and amplitude; modal wave theory; strong nonlinear theory

作为现代飞机的动力,航空发动机为提高推重比、扩展稳定工作范围,要求其压气机部件具有更高的压比和更宽的稳定工作范围。然而根据压气机工作原理,随着压比提高,空气流量减少,气流将产生旋转失速,进而引发喘振使压气机进入失稳状态,严重影响发动机的工作安全<sup>[1-2]</sup>。

压气机失稳是与压气机的几何参数、工作状态以及进气条件密切相关的气动不稳定现象,其主要表现为失速与喘振<sup>[3-4]</sup>。

随着近年来主动稳定控制<sup>[5]</sup>以及健康监控<sup>[6]</sup>的发展,对压气机失稳过程信号的特征提出更高的要求,需要失速与喘振时流量或压力扰动的幅值与频率信息,为失稳先兆识别与故障分析提供依据<sup>[7-10]</sup>。

关于压气机失速与喘振的幅值与频率研究,文献[11-12]应用互相关分析、同频检测分析等方法对失速时的压力试验数据进行了幅值与频率研究。文献[13-14]应用相关度测量方法,对喘振时的压力、流量等试验数据进行分析研究,获得了喘振试验数据的频域特性。文献[15]采用频谱分析对失速信号进行分析得到压气机动态信号频谱图。文献[16]采用滤波分析、谐波傅里叶分析和时频分析方法对测量得到的转子前总压动态压力信号进行,分析获得其幅值和频率信息。以上文献从试验数据分析与处理的角度对压气机失稳的幅值与频率进行研究,未能得到失稳幅值、频率与压气机参数之间的函数关系。文献[17-18]选取失速团的 1 阶模态,基于 Moore-Gretizer 模型推导了其旋转速度,但没有表示出其他模态以及失速团旋转频率的理论描述。近年来,随着计算技术的发展,基于试验与三维计算结合的方法是压气机失速与喘振特性分析的重要手段,如文献[19]基于三维定常 Denton 程序发展了三维非定常计算程序,对三维跨声速多级压气机近失速点进行了定常与非定常数值模拟,并在此基础上对三个典型径向截面的非定常压力进行了频域分析;文献[20]利用数值模拟方法,对压气机失速机理、叶尖间隙变化对失速的影响进行分析;文献[21]采用在压气机周向、径向和轴向多个不同位置同时放置高频响微型动态压力传感器的方法研

究了动态失速过程,分析表明压气机的模态波式动态失速过程具有三维非定常特征,为三维非定常动态失速过程计算模型提供校核数据。

上述研究主要以试验与数据分析和三维计算结合的方法对压气机失稳特性进行分析,而对压气机失速和喘振的幅值与频率变化在理论方面分析较少。

针对以上状况,本文基于压气机系统模型,从动力学的角度,采用模态波理论与强非线性理论对失速和喘振时扰动的幅值和频率进行理论推导分析。

1 压气机系统动态模型

为了便于对航空发动机压缩系统进行动态分析,定义如图 1 所示压气机系统的简化结构及截面,主要部件包括上游管道、压气机、下游管道、集气室和节流阀等,其中集气室用于模拟发动机燃烧室以实现其容积效应特性,用节流阀模拟发动机的涡轮以实现其压降和节流特性。

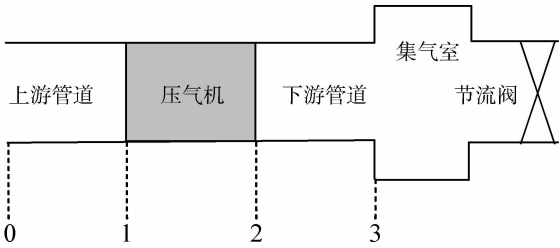


图 1 压气机系统简化结构及截面定义  
Fig. 1 Schematic of compressor system and the section definition

参考 Moore-Gretizer 模型<sup>[22]</sup>,对压气机系统进行建模,由压气机系统局部动量守恒,可描述压气机二维流动特性,其偏微分方程为

$$\Psi = \Psi_c(\Phi + \delta\phi_0) - l_c \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - m \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\infty}^0 \delta\phi d\eta - \frac{1}{2\alpha} \left[ \frac{\partial \delta\phi_0}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \delta\phi_0}{\partial \xi} - \mu \frac{\partial^2 \delta\phi_0}{\partial \theta^2} \right] \quad (1)$$

式中  $\Psi$  为压升系数,  $\Phi$  表示流过压气机的平均流量系数,  $\delta\phi$  表示流过压气机的局部流量扰动系数;  $\delta\phi_0$  表示压气机进口处局部流量扰动系数;  $\xi$  为无量纲时间参数;  $l_c$  为无量纲压气机有效管道

长度; $\eta$ 为无量纲的轴向位置; $\theta$ 为机压气机周向环面角度; $m$ 是与压气机出口通道长度相关的参数,通常  $m$  的取值在  $1\sim 2$  之间; $\mu$  为气流黏度; $\alpha$  是与压气机级的轴向长度、流入压气机的气流路径、压气机级的级数相关的参数。

式(1)为压气机局部动量守恒方程式,式中  $\Psi_c(\Phi)$  为压气机的流量压升特性<sup>[23]</sup>,按 3 阶多项式可表示为

$$\Psi_c(\Phi)=\psi_0+H\left[1+\frac{3}{2}\left(\frac{\Phi}{W}-1\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\Phi}{W}-1\right)^3\right] \quad (2)$$

式中参数  $\psi_0$  为压气机特性曲线在纵轴上的截止值, $H$  为特性曲线高度的  $1/2$ , $W$  为特性曲线宽度的  $1/2$ 。

对式(1)沿压气机周向积分,得到周向均匀流的动量守恒方程式

$$l_c \frac{d\Phi}{d\xi} + \Psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_c d\theta \quad (3)$$

同时,根据质量守恒<sup>[15]</sup>,有

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{1}{4l_c B^2} (\Phi - \gamma \sqrt{\Psi}) \quad (4)$$

其中  $\gamma$  为压气机出口节流开度系数; $B$  是反映压气机转速的特征参数<sup>[17]</sup>。

当压气机处于稳定工作状态时,平衡工作点为  $(\Phi_0, \Psi_0, \delta\phi_0)$ 。

## 2 压气机失稳幅值与频率理论分析

针对失速和喘振这两种不同的失稳现象,本文分别采用不同的方法获取其扰动幅值与频率的理论描述。

### 2.1 压气机失速时幅值与频率分析

压气机失速表现为失速团沿压气机周向旋转<sup>[1]</sup>,描述失速时扰动的幅值与频率就是描述失速团的幅值与旋转频率。

压气机失速过程分为预失速阶段和过失速阶段,该过程流量与压力扰动的变化较为复杂。为了对失速过程中扰动幅值进行清晰地描述,本文以流量为例,根据模态波理论<sup>[22]</sup>进行模态分解,以  $n$  阶模态幅值的形式表示失速过程中的幅值。

压气机失速过程中,将流量的变化分解为  $n$  阶模态幅值,可以清晰的反映失速时流量幅值的变化情况,且在节流系数一定时,各阶模态幅值是定值,并随着节流系数的改变而改变<sup>[23]</sup>。

在压气机预失速阶段,分析小扰动下压气机的动态特性。

将周向平均动量平衡方程式(3)带入局部动量平衡方程式(1)中,并在平衡点处  $(\Phi_0, \Psi_0, \delta\phi_0)$  线性化,有

$$\left[\frac{\partial \Psi_c(\Phi)}{\partial \Phi}\right]_{\Phi=\Phi_0} \cdot \delta\phi_0 - m \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\infty}^0 \delta\phi d\eta - \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{\partial \delta\phi_0}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \delta\phi_0}{\partial \xi} - \mu \frac{\partial^2 \delta\phi_0}{\partial \theta^2} \right) = 0 \quad (5)$$

根据线性偏微分方程理论,方程式(5)的解为沿周向坐标  $\theta$  为周期函数的线性组合,且满足在压气机进口处  $\delta\phi=0$ 。则该方程解为如下形式:

$$\delta\phi_n = z_n \exp(\lambda_n \xi + n\eta + i n \theta) \quad (6)$$

其中  $z_n$  为复数, $n$  为模态阶数, $\lambda_n$  为第  $n$  阶模态的模态值,决定扰动模态的增长状况。代入式(5)并整理,可得

$$\left(\frac{m}{n} + \frac{1}{\alpha}\right) \lambda_n = \frac{\partial \Psi_c(\Phi)}{\partial \Phi} \Big|_{\Phi=\Phi_0} - \frac{\mu n^2}{2\alpha} - i \frac{n}{2\alpha} \quad (7)$$

对式(7)进行分析可知,当压气机工作在稳定工作区域时,特征根  $\lambda_n$  的实部为负数,这意味着对于任意阶模态波,其幅值都是随着时间衰减的,扰动会消失,压气机最终处于稳定工作状态。在给定转速下,当压气机工作点越过特性线最高点,由于气流黏性力的作用,导致特征根实部仍然为负值,此时,扰动仍然会随着时间的推进趋于 0,压气机仍然可以工作在稳定状态;当平均流量继续减小时,特征根的实部变为 0,此时,压气机处于临界稳定状态;当特征根实部变为正值后,则扰动会随着时间增长,最终趋于一个恒定的振荡幅值,进入完全失速状态。

在预失速阶段,平均流量不断减小,各阶模态的幅值也随之变化。

进入完全失速状态后,压气机的平均流量基本处于一个稳定值,但是局部流量有大幅波动,即非周向平均。此时,失速团幅值趋于稳定,且以固定频率沿压气机周向进行旋转<sup>[3]</sup>。

基于模态波理论,设失速团具有如下数学描述的特征:

$$\delta\phi_n = A_n \exp(n\eta) \sin(n\theta + r) \quad (8)$$

其中  $A_n$  是第  $n$  阶模态扰动的幅值,是一个实数; $r$  表示相位,是时间的函数,描述的是模态波沿周向的旋转特性,随时间的增长而增长。

将式(8)代入式(1),取  $\eta=0$ ,即压气机进口截面,展开可得

$$\Psi = \Psi_c[\Phi + A_n \sin(n\theta + r)] - \frac{dA_n}{d\xi} \left( \frac{m}{n} + \frac{1}{\alpha} \right)$$

$$\sin(n\theta + r) - l_c \frac{d\Phi}{d\xi} - \frac{dr}{d\xi} \left( \frac{m}{n} + \frac{1}{\alpha} \right) A_n \cos(n\theta + r) - \frac{1}{2\alpha} [-n \cos(n\theta + r) + \mu n^2 \sin(n\theta + r)] A_n \quad (9)$$

将式(9)沿周向积分,并恒等变形,得到

$$\frac{m\alpha + n}{n\alpha} \cdot \frac{dA_n}{d\xi} = \frac{3H\Phi(2W - \Phi)}{2W^3} A_n - \mu \frac{n^2}{2\alpha} A_n - \frac{3H}{8W^3} A_n^3 \quad (10)$$

完全失速状态时,失速团各阶幅值为

$$A_n = \sqrt{\frac{8W^3}{3H} \left[ \frac{3H\Phi(2W - \Phi)}{2W^3} - \mu \frac{n^2}{2\alpha} \right]} \quad (11)$$

在完全失速状态,考虑集气室的流量平衡和失速团的数学描述,有

$$\Psi = \phi_0 + \frac{H\Phi^2(3W - \Phi)}{2W^3} + \frac{3H(W - \Phi)}{4W^3} A_n^2 \quad (12)$$

进而得到当第  $n$  阶模态出现时,确定平均流量系数的表达式为

$$\phi_0 - \left( \frac{\Phi}{\gamma} \right)^2 - \frac{15H\Phi^2}{2W^2} + \frac{5H\Phi^3}{2W^3} + \frac{6H\Phi}{W} + (\Phi - W) \frac{\mu n^2}{\alpha} = 0 \quad (13)$$

完全失速时,失速团以恒定的转速沿压气机周向旋转,第  $n$  阶模态的相位运动为

$$r = r_0 + \frac{n^2}{2(m\alpha + n)} \xi \quad (14)$$

对失速团的相位求导,即可获得稳定失速团的旋转速度

$$c = \frac{n^2}{2(m\alpha + n)} \quad (15)$$

当  $n=1$  时,式(15)表示的 1 阶模态旋转速度与文献[17]中失速团的 1 阶模态旋转速度表达式一致。

对式(15)进行量纲变换,可获得失速团  $n$  阶模态的旋转频率  $f_n$

$$f_n = \frac{n^2 U}{4\pi(m\alpha + n)R} \quad (16)$$

其中  $U$  是压气机转子参考半径处切向速度,  $R$  为参考半径。

由式(16)可以看出,模态阶数越高,其旋转频率越大。

根据式(11)与式(16)可以得到压气机失速过程流量扰动  $n$  阶模态的幅值和频率。

## 2.2 压气机喘振幅值与频率分析

进入喘振状态后,压气机的压力与流量均呈

现稳定的周期性振荡状态<sup>[1]</sup>。

基于周期性振荡的特点,从动力学的角度,本文采用强非线性理论<sup>[24]</sup>对压气机喘振时流量扰动的幅值与频率进行理论推导。

由式(1)~式(4)可得压气机系统的喘振模型<sup>[25]</sup>为

$$\begin{cases} \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{1}{4l_c B^2} (\Phi - \gamma \sqrt{\Psi}) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{1}{l_c} (\Psi_c(\Phi) - \Psi) \end{cases} \quad (17)$$

该模型描述了压气机系统平均压力和周向平均流量随时间的变化关系。

进而可以得到

$$\Psi = \Psi_c(\Phi) - l_c \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (18)$$

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{1}{4l_c B^2} \left( \Phi - \gamma \sqrt{\Psi_c(\Phi) - l_c \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}} \right) \quad (19)$$

根据式(18)与式(19),可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{\Phi}{4l_c^2 B^2} &= \frac{1}{l_c} \cdot \frac{\partial \Psi_c(\Phi)}{\partial \Phi} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \\ &\frac{1}{4l_c^2 B^2} \gamma \sqrt{\Psi_c(\Phi) - l_c \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}} \end{aligned} \quad (20)$$

为便于研究喘振时的幅值和频率,进行相应的坐标变换。

选取坐标变换基准点  $(a, b)$ , 令

$$\begin{cases} x = \Phi - a \\ y = \Psi - b \end{cases} \quad (21)$$

则喘振时的压气机系统动态模型变为

$$\dot{y} = \frac{1}{4B^2 l_c} \left[ x + a - \gamma \left( b + \frac{y}{2\sqrt{b}} \right) \right] \quad (22)$$

$$\dot{x} = \frac{1}{l_c} \left\{ M - \right.$$

$$\left. H \left[ \frac{x^3 + 3ax^2 + 3a^2x}{2W^3} - \frac{3(x^2 + 2ax)}{2W^2} \right] - y \right\} \quad (23)$$

其中

$$M = \phi_0 + H \left( \frac{-a^3}{2W^3} + \frac{3a^2}{2W^2} \right) - b$$

与式(19)和式(20)推导过程类似,有

$$\begin{aligned} y &= M - \\ H \left( \frac{x^3 + 3ax^2 + 3a^2x}{2W^3} - \frac{3x^2 + 6ax}{2W^2} \right) &- l_c \dot{x} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= H \\ \left( -\frac{3x^2 \dot{x} + 6ax \dot{x} + 3a^2 \dot{x}}{2W^3} + \frac{6x \dot{x} + 6a \dot{x}}{2W^2} \right) &- l_c \ddot{x} \end{aligned} \quad (25)$$

联立式(22)、式(24)和式(25),得到

$$\ddot{x} + \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[1 - \frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{3a^2}{2W^3} + \frac{6a}{2W^2}\right)\right]x = \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[a - \gamma b - \frac{M\gamma}{2\sqrt{b}} + \frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{x^3 + 3ax^2}{2W^3} + \frac{3x^2}{2W^2}\right) - \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}}\dot{x}\right] + \frac{H}{l_c}\left(-\frac{3x^2\dot{x} + 6ax\dot{x} + 3a^2\dot{x}}{2W^3} + \frac{6x\dot{x} + 6a\dot{x}}{2W^2}\right) \tag{26}$$

令

$$C_1 = \frac{1}{4B^2l_c^2}\left(a - \gamma b - \frac{M\gamma}{2\sqrt{b}}\right) \tag{27}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[1 - \frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{3a^2}{2W^3} + \frac{6a}{2W^2}\right)\right] \tag{28}$$

$$f(x, \dot{x}) = \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[\frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{x^3 + 3ax^2}{2W^3} + \frac{3x^2}{2W^2}\right) - \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}}\dot{x}\right] + \frac{H}{l_c}\left(-\frac{3x^2\dot{x} + 6ax\dot{x} + 3a^2\dot{x}}{2W^3} + \frac{6x\dot{x} + 6a\dot{x}}{2W^2}\right) \tag{29}$$

则式(26)可化为

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \epsilon f(x, \dot{x}) \tag{30}$$

其中  $\epsilon$  是小变量。

引入新变量

$$\tau = \omega t \tag{31}$$

对于新自变量  $\tau$  而言,所求周期解的周期为

$2\pi$ 。则式(30)可转化为

$$\omega^2 \ddot{x} + \omega_0^2 x = \epsilon f(x, \omega \dot{x}) \tag{32}$$

其中  $\dot{x}$  表示对  $\tau$  求导数。

把  $x$  和  $\omega$  都展开成  $\epsilon$  的幂级数形式,即

$$\begin{cases} x(\tau, \epsilon) = x_0(\tau) + \epsilon x_1(\tau) + \epsilon^2 x_2(\tau) + \dots \\ \omega(\epsilon) = \omega_0 + \epsilon \omega_1 + \epsilon^2 \omega_2 + \dots \end{cases} \tag{33}$$

其中  $x_i(\tau)$  是  $\tau$  的函数,周期为  $2\pi$ ;  $\omega_i$  为待定常数。

将式(33)代入式(32),并把函数  $f(x, \omega \dot{x})$  在  $x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0$  以及  $\omega = \omega_0$  附近展开为  $\epsilon$  的幂级数,且根据展开式同次幂的系数相等,有

$$\begin{cases} \omega_0^2 \dot{x}_0 + \omega_0^2 x_0 = 0 \\ \omega_0^2 \ddot{x}_1(\tau) + \omega_0^2 x_1(\tau) = f(x_0, \omega \dot{x}_0) - 2\omega_0 \omega_1 \dot{x}_0(\tau) \\ \omega_0^2 \ddot{x}_2(\tau) + \omega_0^2 x_2(\tau) = x_1 \frac{\partial f(x_0, \omega_0 \dot{x}_0)}{\partial x} + (\omega_0 \dot{x}_1 + \omega_1 \dot{x}_0) \frac{\partial f(x_0, \omega_0 \dot{x}_0)}{\partial \dot{x}} - (2\omega_0 \omega_2 + \omega_1^2) \ddot{x}_0(\tau) - 2\omega_0 \omega_1 \dot{x}_1(\tau) \end{cases} \tag{34}$$

对式(34)依次求解,确定出各个频率和幅值情况。同时,为确保使  $x_0, x_1$  为周期函数,上述方程的右边均不应含有  $\sin(\tau)$  或者  $\cos(\tau)$ 。即有

$$f(x_0, \omega \dot{x}_0) = \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[\frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{x_0^3 + 3ax_0^2}{2W^3} + \frac{3x_0^2}{2W^2}\right) - \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}}\omega_0 \dot{x}_0\right] + \frac{H}{l_c}\left(-\frac{3x_0^2\omega_0 \dot{x}_0 + 6ax_0\omega_0 \dot{x}_0 + 3a^2\omega_0 \dot{x}_0}{2W^3} + \frac{6x_0\omega_0 \dot{x}_0 + 6a\omega_0 \dot{x}_0}{2W^2}\right) \tag{35}$$

求解式(32)的通解,设

$$x_0 = A \cos \tau \tag{36}$$

于是,有

$$\begin{aligned} \omega_0^2 \ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 = & \frac{1}{4B^2l_c^2}\left[\frac{\gamma H}{2\sqrt{b}}\left(-\frac{A^3}{8W^3}\cos 3\tau + \frac{3A^2 - 3aA^2}{4W^3}\cos 2\tau - \frac{3A^2}{8W^3}\cos \tau + \frac{3A^2W - 3aA^2}{4W^3}\right) + \right. \\ & \left. \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}}\omega_0 A \sin \tau\right] + \frac{H}{l_c}\left[\frac{3A^3\omega_0}{8W^3}\sin 3\tau + \frac{(3A^2a - 3\omega_0 A^2W)}{2W^3}\sin 2\tau + \right. \\ & \left. \frac{1}{2W^3}\left(\frac{3A^3\omega_0}{4} + 3a^2\omega_0 A - 6AaW\omega_0\right)\sin \tau\right] + 2A\omega_0\omega_1 \cos \tau \end{aligned} \tag{37}$$

令

$$C_2 = \frac{1}{4B^2l_c^2} \cdot \frac{3A^2W - 3aA^2}{4W^3}$$

(38)

合理选择基准点(a,b),使常数项 C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub> 满足

$$C_1 + C_2 = 0$$

(39)

于是,有

$$\omega_0^2 \ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 = \frac{1}{4B^2l_c^2} \left[ \frac{\gamma H}{2\sqrt{b}} \left( -\frac{A^3}{8W^3} \cos 3\tau + \frac{3A^2 - 3aA^2}{4W^3} \cos 2\tau - \frac{3A^2}{8W^3} \cos \tau \right) + \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}} \omega_0 A \sin \tau \right] +$$
$$\frac{H}{l_c} \left[ \frac{3A^3 \omega_0}{8W^3} \sin 3\tau + \frac{(3A^2 a - 3\omega_0 A^2 W)}{2W^3} \sin 2\tau + \frac{1}{2W^3} \left( \frac{3A^3 \omega_0}{4} + 3a^2 \omega_0 A - 6AaW\omega_0 \right) \sin \tau \right] + 2A\omega_0 \omega_1 \cos \tau$$

(40)

根据强非线性理论, sin τ 的系数项为 0,因此

$$\frac{1}{4B^2l_c^2} \cdot \frac{\gamma l_c}{2\sqrt{b}} \omega_0 A + \frac{H}{l_c} \cdot \frac{1}{2W^3} \left( \frac{3A^3 \omega_0}{4} + 3Aa^2 \omega_0 - 6AaW\omega_0 \right) = 0$$

(41)

求解式(41),有

$$A^2 = 8aW - 4a^2 - \frac{W^3 \gamma}{3B^2 \sqrt{b} H}$$

(42)

由式(28)与式(42)可以得到压气机喘振时流量扰动振荡的频率与幅值为

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{1}{2Bl_c} \sqrt{\left[ 1 - \frac{\gamma H}{2\sqrt{b}} \left( -\frac{3a^2}{2W^3} + \frac{6a}{2W^2} \right) \right]} \\ A &= \sqrt{\frac{8aW - 4a^2 - \frac{W^3 \gamma}{3B^2 \sqrt{b} H}}{3B^2 \sqrt{b} H}} \end{aligned} \right.$$

(43)

其中 a,b 值由式(39)与式(40)确定。

由式(43)可以看出,喘振的振荡频率、幅值与压气机出口节流系数、压气机特性密切相关,且节流系数减小时,喘振幅值与振荡频率均增大。

3 仿真及结果分析

以上从理论上分析并推导了压气机失速与喘振时流量扰动的幅值与频率,下面通过数值仿真并结合已有试验与模型仿真结果对比,验证失稳过程中流量扰动的幅值与频率描述的正确性。

3.1 失速时的幅值与频率

以叶栅平均半径为 0.287 m 的某型压气机为对象,其主要参数如表 1 所示。

表 1 压气机参数  
Table 1 Compressor parameters

| 参数             | 数值   | 参数 | 数值    |
|----------------|------|----|-------|
| H              | 0.18 | m  | 1.25  |
| W              | 0.25 | α  | 0.102 |
| ψ <sub>0</sub> | 0.3  | μ  | 0.01  |

首先根据式(11)与式(13)对压气机失速过程中流量扰动下各阶模态幅值的产生与变化情况进行仿真,选取前 6 阶模态,并与已有的试验现象<sup>[3,23]</sup>相比较,以此检验失速过程中流量扰动幅值公式的正确性。

图 2 是某定转速下,前 6 阶模态出现起始处与压气机流量系数的相对位置关系。图中 n 为模态阶数。

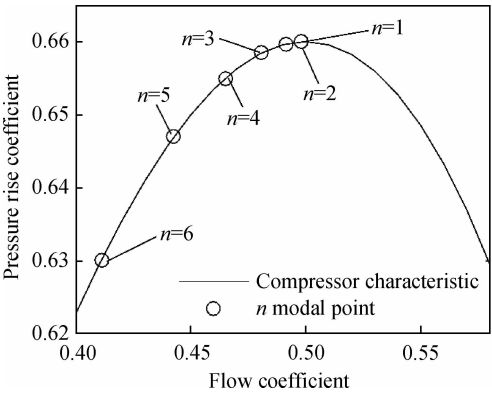


图 2 不同模态在压气机特性中的相对位置  
Fig. 2 Relative positions of modal wave solution in the compressor characteristic

由图 2 可以看出,不同模态在压气机特性中的相对位置,在特性图顶点右侧部分,没有出现模态波,即无流量扰动,压气机处于稳定工作状态;在特性图顶点左侧部分,从顶点左侧开始,随着流量系数的减小,依次出现 1 阶模态、2 阶模态至 6 阶模态,即压气机流量越小,产生的扰动模态波阶次越高。

图 3 是各阶模态幅值随压气机出口节流系数的变化关系。可以看出,压气机出口节流系数不同时,流量扰动的各阶模态幅值不同;随着压气机

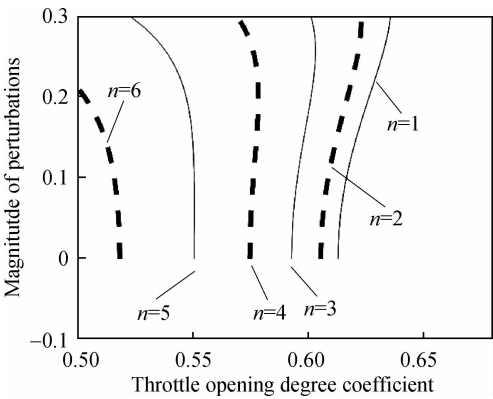


图 3 各阶模态幅值随出口节流系数的变化关系  
Fig. 3 Change relation of the modal amplitude with the outlet throttle coefficient

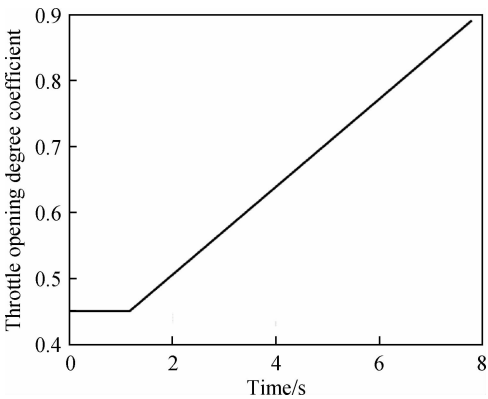


图 4 出口节流系数  $\gamma$  的变化曲线  
Fig. 4 Change of outlet throttle coefficient  $\gamma$

出口节流系数的减小,出现对应的 1 阶模态幅值,但是此时压气机仍然处于稳定状态;节流系数继续减小,越过压气机的临界失速点,则压气机进入失速状态。1 阶模态最先出现并稳定,高阶模态在更小的出口节流系数下出现并稳定。

图 2 与图 3 中流量扰动模态幅值变化情况反映的现象与 Camp 等在文献[26]中所做失速试验结果一致。

进一步分析图 3 可知,在节流系数增大过程中,当节流开度系数经过使 1 阶模态幅值为零的点,即进入失速状态的临界点时,压气机仍然未退出失速状态,继续增大节流系数,1 阶模态消失,压气机进入稳定状态。即图 3 表明,压气机退出失速过程中存在迟滞现象。

为了清晰表示迟滞现象的存在,以进一步验证失速过程中流量扰动幅值公式的正确性,在压气机进入完全失速后,使得压气机出口节流系数由小增大以模拟压气机退出失速的过程。

图 4 是该过程中的压气机出口节流系数变化情况。节流系数为 0.45 时,压气机逐渐进入完全失速状态,此时令节流系数  $\gamma$  等速增大。

根据式(12)将该过程的压气机流量与平均压力绘制在压气机特性图中,可以得到压气机工作点的变化轨迹,如图 5 所示。

从图 5 可以清楚看出迟滞环的存在,这与图 3 的结论相同,且与压气机退出失速试验过程中存在迟滞环的现象<sup>[3]</sup>相符。

图 6 为节流系数增大过程中,流量扰动的幅值变化情况。可以看出,随着压气机出口节流系数的增大,失速团的主导模态(即 1 阶模态)幅值一直降低,直至各阶模态幅值降低为 0,压气机退出失速状态。该仿真与压气机机理<sup>[27]</sup>一致。

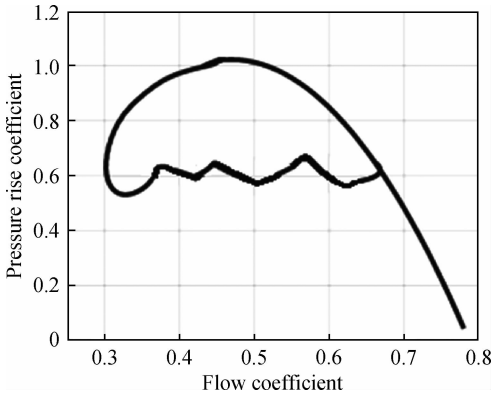


图 5 压气机工作点的变化轨迹  
Fig. 5 Trajectory of compressor operating point

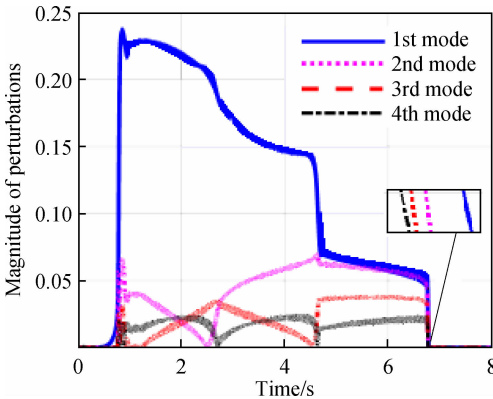


图 6 节流系数  $\gamma$  变化过程中流量扰动的幅值变化  
Fig. 6 Changes in modal amplitude of the compressor flow perturbation with  $\gamma$  changes

通过将仿真与试验现象的比较,表明本文所推导失速时流量扰动的幅值理论描述式(11)是正确的。

为了验证本文推导的失速团旋转频率的正确性,将压气机系统模型产生的不同模态相位增长的比值与本文中式(式(15))产生的不同模态相位

旋转速度的比值进行比较。

图 7 为利用压气机系统模型仿真失速时,失速团的前 4 阶模态的相位变化图。

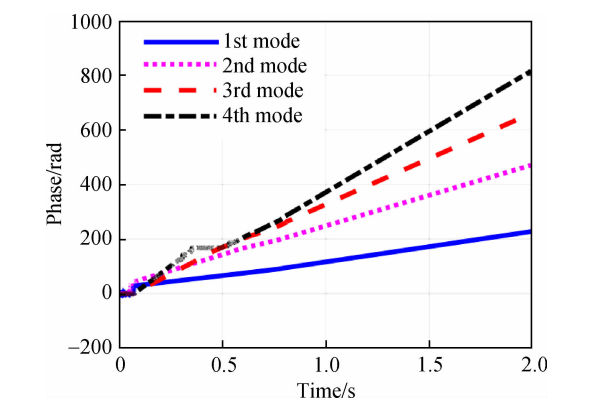


图 7 压气机失速过程模态相位变化曲线  
Fig. 7 Modal phase change in compressor stall process

比较图 7 中 4 阶模态和 1 阶模态的相位增长可以发现,其比值约为 4.0。而由本文推导的失速团旋转速度(式(15))计算的比值为 4.37。两者的近似程度较高,由此表明式(15)是正确的,由于式(16)是由式(15)量纲变换得来,由此证明了失速团旋转频率式(16)是正确的。

3.2 喘振时的幅值与频率

同样地,以某压气机为仿真对象,其参数如表 2 所示。

| 表 2 压气机参数                     |      |
|-------------------------------|------|
| Table 2 Compressor parameters |      |
| 参数                            | 数值   |
| $\gamma$                      | 0.42 |
| $\phi_0$                      | 0.2  |
| $H$                           | 0.5  |
| $W$                           | 0.25 |

由式(39)、式(41)与式(43)计算得坐标变换基准点  $a$ 、 $b$  的值为  $a=0.314$ 、 $b=0.6635$ ,幅值  $A$  和频率  $\omega_0$  的值为  $A=0.3978$ 、 $\omega_0=0.1801$ 。

基于式(43),可以获得基于强非线性理论推导的流量信号与其对应的压力信号为

$$\Phi = A\sin(\omega_0 \xi) \tag{44}$$

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{1}{4l_c B^2} [A\sin(\omega_0 \xi) - \gamma \sqrt{\Psi}] \tag{45}$$

为了验证喘振时流量幅值与频率式(43)的正确性,将  $\omega_0$  与  $A$  的值代入式(44)与式(45)中,分别得到基于强非线性理论的流量信号与压力信

号。将其分别与压气机系统喘振模型产生的流量与压力信号进行对比,判断基于强非线性理论获得的流量与压力信号的准确性,进而得到本文推导的喘振时幅值与频率的正确性。

将基于强非线性理论计算获得的喘振流量、压力信号分别与基于压气机系统模型计算获得的喘振流量、压力分别进行对比,结果如图 8 所示。

从图 8(a)中可以看出,在喘振状态下压气机系统模型产生的扰动变化,其振荡周期约为 35 个时间单位,流量振荡幅值约为 0.4 个无量纲量。而从动力学分析计算所得的振荡周期为 34.9 个时间单位,流量振荡幅值为 0.3978 个无量纲量。比较可知,基于强非线性理论推导与喘振模型产生的流量的振荡频率与幅值近似相等。图 8(b)中,喘振时压力变化的比较与流量比较的结果类似。需要说明的是,图 8 中的横坐标为换算时间,将其换算到秒制单位,则振荡频率为 10 Hz。上述结果与文献[14]中压气机试验结果的喘振振荡频率一致。

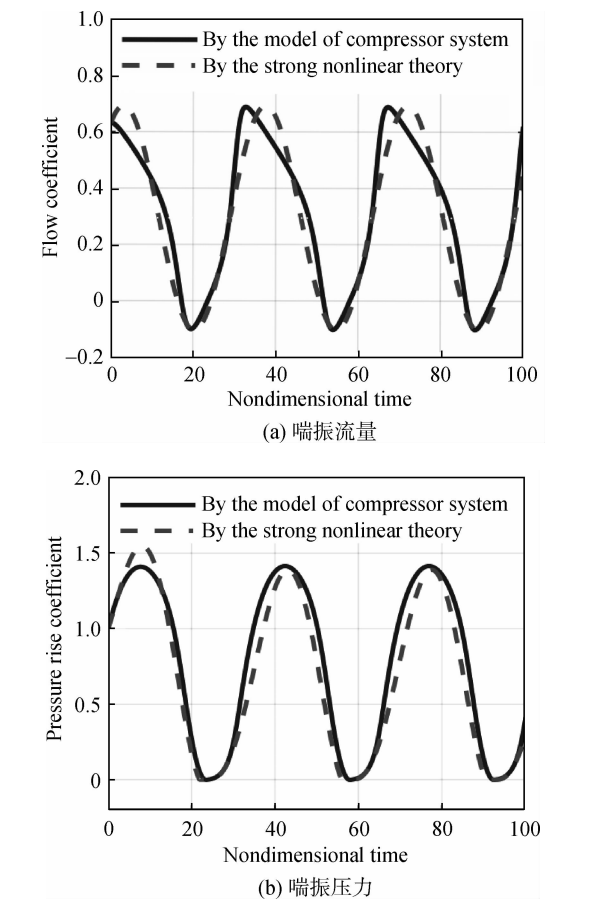


图 8 基于强非线性理论和压气机模型计算的结果比较  
Fig. 8 Comparison of results by the strong nonlinear theory and model of compressor system

进一步,将喘振过程中基于强非线性理论与基于压气机系统模型得到的压力与流量绘制在压气机特性图中,可以得到压气机工作点的变化轨迹,如图9所示。

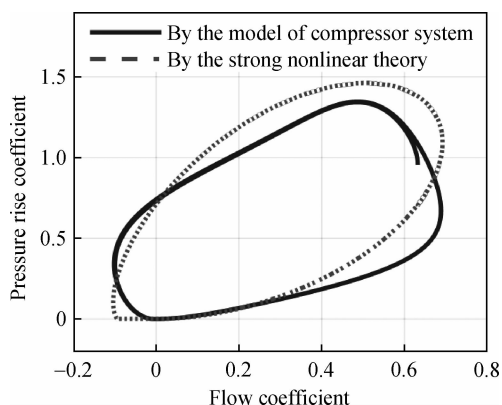


图9 压气机喘振振荡环

Fig. 9 Surge oscillation ring of compressor

从图9可以看出,与压气机系统喘振模型相同,基于强非线性理论获得压气机特性同样存在喘振振荡环,且两者的形状与大小基本一致。

由此说明本文推导的喘振振荡幅值与振荡频率式(43)是正确的。

## 4 结 论

本文以压气机系统模型为基础,从动力学的角度,推导了压气机失稳时幅值与频率的理论描述,理论推导与仿真分析可以得到如下结论:

1) 基于模态波理论推导了压气机失速时流量扰动的幅值与旋转频率。其幅值是压气机特性参数、出口节流系数、气流黏度、流入压气机的气流路径、压气机级的轴向长度与级数的函数,且模态阶数越低,其模态幅值越先出现并趋于稳定;旋转频率是压气机结构参数的级数、转子半径、叶片攻角、级轴向长度、出口通道长度与压气机转速的函数,且扰动模态阶数越高,旋转频率越大。

2) 基于强非线性理论推导了压气机喘振时流量扰动的幅值与振荡频率,表明幅值与振荡频率是压气机出口节流系数、压气机特性参数的函数,且出口节流系数越小,喘振幅值与振荡频率越大。通过与压气机模型仿真结果对比,验证了理论推导正确。

本文采用模态波理论与强非线性理论对失速和喘振时扰动的幅值和频率进行理论推导并进行了仿真验证,应当说明的是,压气机失速与喘振主

要有模态波和突尖波两种形式,本文理论分析适用于模态波型失速,并且对实际压气机工作时存在的间隙泄漏、端壁二次流、激波间断等细节性影响考虑不够全面,需要后续研究进行完善与改进。

## 参考文献:

- [1] 楚武利,刘前智,胡春波. 航空叶片机原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,2009.
- [2] 苏三买,吕烨,黄顺炳,等. 航空发动机主动稳定控制方法分析[J]. 航空工程进展,2014,5(1):7-11.  
SU Sanmai, LÜ Ye, HUANG Shunbing, et al. Analysis of aircraft engine active stability control method[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2014, 5(1):7-11. (in Chinese)
- [3] DAY I J, FREEMAN C. The unstable behavior of low and high speed compressors[J]. Journal of Turbomachinery, 1994, 116(2):217-225.
- [4] JOHN P D A, JOSHUA D C, SCOTT C M. Analysis of stable rotating stall in a high speed axial compressor[R]. AIAA 2014-3633, 2014.
- [5] EPSTEIN A H, WILLIAMS J E F, GREITZER E M. Active suppression of aero dynamic instabilities in turbomachines[J]. Journal of Propulsion and Power, 1989, 5(2):204-211.
- [6] 曾声奎, MICHAEL G P, 吴际. 故障预测与健康管理的(PHM)技术的现状与发展[J]. 航空学报, 2005, 26(5):626-632.  
ZENG Shengkui, MICHAEL G P, WU Ji. Status and perspectives of prognostics and health management technologies[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2005, 26(5):626-632. (in Chinese)
- [7] PADUANO J D. Active control of rotating stall in axial compressors[D]. Boston, US: Massachusetts Institute of Technology, 1992.
- [8] JAW L C, MATTINGLY J D. Aircraft engine controls: design, system, analysis, and health monitoring[M]. Reston: AIAA, 2009.
- [9] 苏三买, 刘俊杰, 孙占恒, 等. 基于非定常喷气的压气机模型及模态控制[J]. 航空动力学报, 2017, 32(10):2509-2515.  
SU Sanmai, LIU Junjie, SUN Zhanheng, et al. Compressor model and modal control based on unsteady air injection[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(10):2509-2515. (in Chinese)
- [10] 刘俊杰, 苏三买, 孙占恒, 等. 基于模态波理论的压气机失速先兆识别方法[J]. 航空动力学报, 2017, 32(9):2283-2290.  
LIU Junjie, SU Sanmai, SUN Zhanheng, et al. Identification method of compressor stall inception based on modal wave theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(9):2283-2290. (in Chinese)
- [11] 李继超, 童志庭, 聂超群, 等. 基于互相关分析的前失速先

兆检测分析[J]. 航空学报, 2013, 34(1): 28-36.

LI Jichao, TONG Zhiting, NIE Chaoqun, et al. Detection and analysis of early stall warning based on cross-correlation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(1): 28-36. (in Chinese)

[12] 王春瑞. 轴流压气机脉动压力信号旋转失速特征分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.

WANG Chunrui. Rotating stall characteristics analysis of fluctuation pressure in axial compressor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)

[13] TRYFONIDIS M, ETCHEVERS O, PADUANO J D, et al. Prestall behavior of several high-speed compressors[J]. Journal of Turbomachinery, 1995, 117(1): 62-80.

[14] DHINGRA M, NEUMEIER Y, PRASAD J, et al. A stochastic model for a compressor stability measure[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2007, 129(3): 730-737.

[15] 金刚. 轴流压气机失稳分析与监测[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2015.

JIN Gang. The instability analysis and monitoring of axial compressor[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2015. (in Chinese)

[16] 刘华. 压气机失速信号及在线辨识算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.

LIU Hua. Study on the signal of compressor stall and on-line identification arithmetic[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017. (in Chinese)

[17] MOORE F K, GREITZER E M. A theory of post-stall transients in axial compression systems: Part I development of equations[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1986, 108(1): 68-76.

[18] GREITZER E M, MOORE F K. A theory of post-stall transients in axial compression systems: Part II application[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1986, 108(2): 231-239.

[19] 赵军, 刘宝杰. 三维跨声速多级压气机中的非定常压力频域分析[J]. 推进技术, 2016, 37(6): 1065-1073.

ZHAO Jun, LIU Baojie. Frequency-domain analysis of unsteady pressure in multi-stage transonic compressor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(6): 1065-1073. (in Chinese)

[20] 谢芳. 轴流压气机叶尖间隙影响失速的机理及周向单槽机匣处理扩稳研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2015.

XIE Fang. Effect of tip clearance on stall and circumferential single grooves improving the stability on axial-flow compressors[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2015. (in Chinese)

[21] 屠宝锋. 风扇/压气机动态失速过程和多尺度非定常气动稳定性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.

TU Baofeng. Dynamic stall inception and multi-scale unsteady aerodynamic stability investigation of fan/compressor[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)

[22] GREITZER E M. Surge and rotating stall in axial flow compressors; Part I theoretical compression system model[J]. Journal of Engineering for Power, 1976, 98(2): 190-198.

[23] 苏三买, 孙占恒, 吕烨, 等. 压气机失速与喘振动态模型与仿真[J]. 推进技术, 2016, 37(5): 960-965.

SU Sanmai, SUN Zhanheng, LÜ Ye, et al. Dynamic model and simulation of compressor rotating stall and surge[J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(5): 960-965. (in Chinese)

[24] 李骊. 强非线性振动系统的定性理论与定量方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

[25] 吕烨. 航空发动机压气机主动稳定控制建模方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2014.

LÜ Ye. Research on modeling method of aero-engine compressor active stabilization control[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2014. (in Chinese)

[26] CAMP T R, DAY I J. A study of spike and modal stall phenomena in a low-speed axial compressor[J]. Journal of Turbomachinery, 1998, 120(3): 393-401.

[27] 桂幸民, 滕金芳, 刘宝杰, 等. 航空压气机气动热力学理论与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2014.

(编辑: 叶 青、张 雪)